2) $F(x)=\int_0^{2\cos x}\sqrt{4-t^2}\,dt \quad x\in[0,\pi]$

a) ✓ la fonction g: $t\mapsto\sqrt{4-t^2}$ est continue sur $[-2,2]$

✓ la fonction U: $x\mapsto 2\cos x$ est dérivablesur $[0,\pi]$

$U([0,\pi])=[-2,2]$ et $0\in[-2,2]$

d'où F est dérivable sur $[0,\pi]$ et

$F'(x)=U'(x).g(U(x))=-2\sin x\sqrt{4-4\cos^2 x}$

$F'(x)=-2\sin x\sqrt{4\sin^2 x}=-4\sin x|\sin x|=-4\sin^2 x$

(car $x\in[0,\pi]\rightarrow\sin x\geq 0$)

b) $F(\frac{\pi}{2})=\int_0^0\sqrt{4-t^2}\,dt=0$

c) F est continue sur $[0,\pi]$

$F'(x)=-4\sin^2 x=-2(1-\cos 2x)$

$F(\frac{\pi}{2})=0$

d'où $F(x)=\int_{\frac{\pi}{2}}^{x}F'(t).dt=\int_{\frac{\pi}{2}}^{x}-2(1-\cos 2t)dt$

$F(x)=\int_{\frac{\pi}{2}}^{x}(-2+2\cos 2t)dt=\left[-2t+\sin(2t)\right]_{\frac{\pi}{2}}^{x}$

$F(x)=-2x+\sin 2x+\pi$

3) a) $A=\int_{-2}^{2}(f(t)-t)dt=\int_{-2}^{2}\sqrt{4-t^2}\,dt$

$A=\int_{-2}^{0}\sqrt{4-t^2}\,dt+\int_{0}^{2}\sqrt{4-t^2}\,dt$

$A=\int_{0}^{2}\sqrt{4-t^2}\,dt-\int_{0}^{-2}\sqrt{4-t^2}\,dt$

$A=\int_{0}^{2\cos 0}\sqrt{4-t^2}\,dt-\int_{0}^{2\cos\pi}\sqrt{4-t^2}\,dt$

$A=F(0)-F(\pi)$

b) $A=F(0)-F(\pi)=\pi-(-2\pi+\pi)$

$A=2\pi$ u.a

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn